



# Kryptographische Hashfunktionen

---

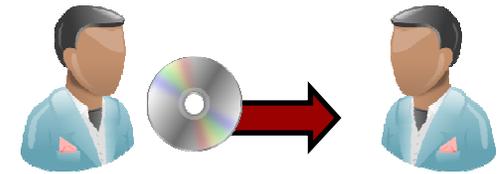


Cyrill Stachniss

Basierend auf [Buchmann'08, Daum'05, Lucks & Daum'05, Wang & Yu'05, Sridharan'06, Stevens'07, Sotirov et al.'08, Lucks'07, Gebhard et al.'06, Selinger'06, Wang'04, Dobbertin'96-'98, Menezes et al.'96,...]

# Ein typisches Problem

- Sie geben einem Kollegen eine DVD mit Daten
- Zu Hause erhält der Kollege einen Lesefehler beim Kopieren der Daten
- Wie können Sie feststellen, ob die Daten **korrekt kopiert** wurden?



# Hashfunktion als Lösung

- Hash steht für zerstückeln/zerhacken
- Hashfunktionen berechnen eine Art **Prüfsumme (Hashwert)** für Dateien
- **Vergleich des Hashwertes** zeigt, ob die Daten korrekt kopiert wurden

## Anforderungen

- Unterschiedliche Dokumente sollten zu unterschiedlichen Hashwerten führen
- Kleine Änderungen sollten detektierbar sein
- Hashwerte sollten kurze Zeichenfolgen sein

# Potentielle Anwendungen

- Einsatzbereiche von Hashfunktionen:
  - **Änderungen** in Dateien **detektieren**  
(potentiell über eine langsame Netzverbindung)
  - Prüfsummen, Backups, Datei-Synchronisation
  - Erstellung **rechtsverbindlicher elektronische Unterschriften**
  - Effiziente Speicherung in Hashtabellen
  - ...
- **Analogie: Fingerabdruck für Daten**



# Elektronische Unterschriften (1)

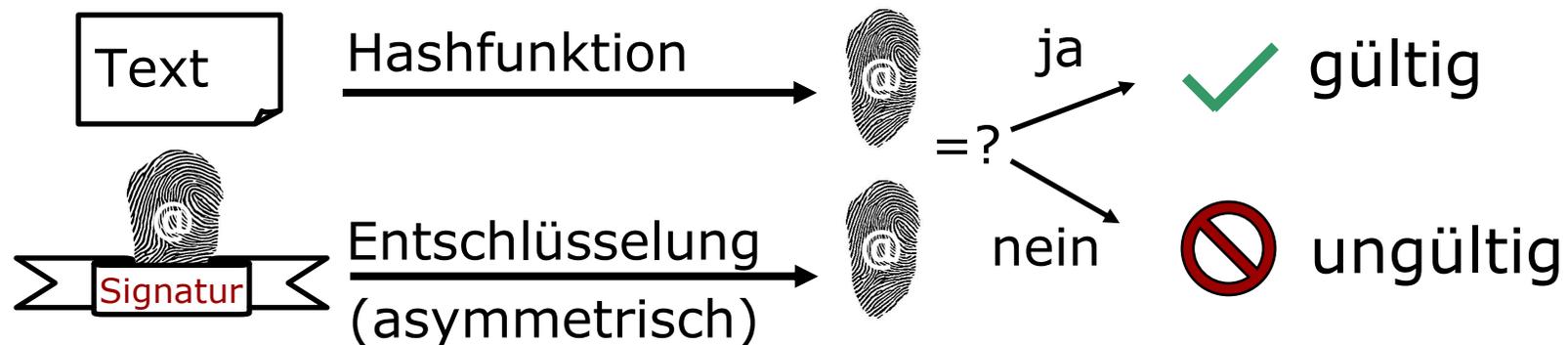
- Es ist lästig, rechtsverbindliche Dokumente ausdrucken, unterschreiben und per Post versenden zu müssen
- Es wäre hilfreich, wenn man Dokumente direkt am Rechner digital unterschreiben und versenden könnte
- Problem dabei:
  - Unterschrift gilt nur für das signierte Dokument, d.h. Unterschrift darf nicht übertragbar sein
  - Eine gültige Unterschrift darf nur vom Unterzeichner erstellt werden können

# Elektronische Unterschriften (2)

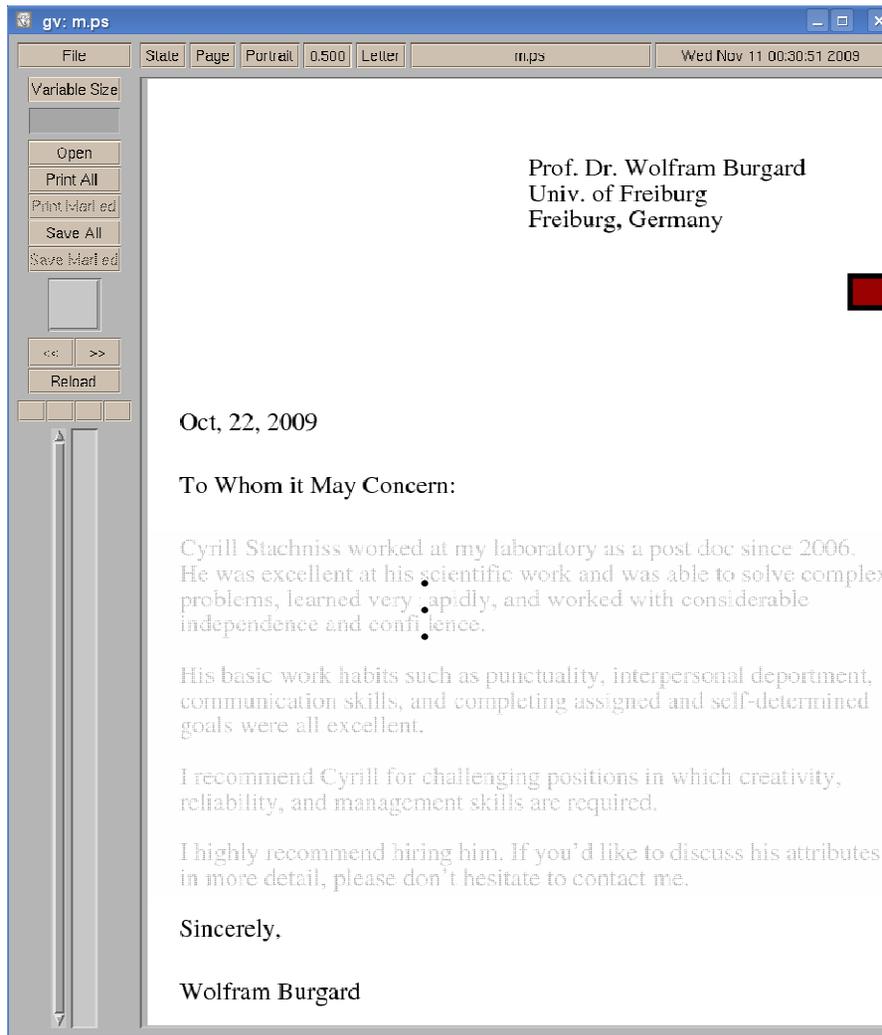
- Signaturverfahren sind meist langsam
- Daher **unterschreibt** man in der Praxis nur **den kurzen Fingerabdruck** der Datei



- Verifizieren der Unterschrift



# Beispiel



**MD5-Fingerabdruck:**  
**b06ad29719868c1**  
**f15ff86a0bbf72c1a**



**Fingerabdruck soll nur für dieses Dokument gelten**

# Kryptographische Hashfunktionen

- Fingerabdruck für elektronische Dokumente
- Funktionen, die beliebig lange Nachrichten auf Nachrichten fester Länge komprimieren

$$h : \{0, 1\}^* \mapsto \{0, 1\}^n$$
$$X \mapsto h(X)$$

- Im Idealfall eine **Einwegfunktion**, d.h. nicht umkehrbar
- **Effizient** berechenbar
- Unterschiedliche Dokumente sollten zu **unterschiedlichen Hashwerten** führen

# Kompressionsfunktionen

- Oft ist es einfacher mit Funktionen zu arbeiten, deren Ein- und Ausgabe Strings feste Länge haben
- Man verwendet Kompressionsfunktionen zur Erstellung einer Hashfunktion

$$f : \{0, 1\}^n \times \{0, 1\}^l \mapsto \{0, 1\}^n$$

- Durch wiederholte Anwendung kann man beliebig lange Strings auf Strings der Länge  $n$  abbilden

Nachricht in Blöcken

The diagram illustrates the mapping of a message in blocks to a function output. It features the mathematical expression  $(H, X) \mapsto f(H, X)$ . A red arrow points from the text "Nachricht in Blöcken" down to the  $X$  in the input tuple  $(H, X)$ . A red bracket is drawn under the  $f(H, X)$  part of the expression, and a red arrow points from the right end of this bracket back to the  $X$  in the input tuple, indicating a feedback loop or iterative process.

$$(H, X) \mapsto f(H, X)$$

# Kollisionen

- Der Definitionsbereich ist größer als der Wertebereich
- Es gibt daher verschiedene Nachrichten, die den gleichen Hashwert erzeugen
- Dies definiert eine **Kollision** von  $h$ :

$$X \neq X' \quad \text{mit} \quad h(X) = h(X')$$

- **Kollisionen sind problematisch**
  - Unterschiedliche Dokumente haben einen identischen Hashwert
  - Gültigkeit elektronischer Unterschriften wird dadurch fragwürdig

# Kollisionsresistenz

- **Kollision** einer Hashfunktion

$$h(X) = h(X') \quad \text{mit} \quad X \neq X'$$

- **Pseudo-Kollision** einer Kompressionsfunktion

$$f(H, X) = f(H', X') \quad \text{mit} \quad (H, X) \neq (H', X')$$

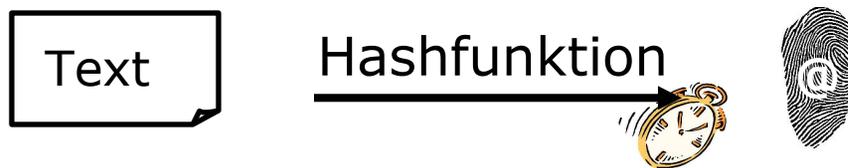
- **Kollisionsresistenz**

$h$  heißt (stark) kollisionsresistent wenn es keine effiziente Methode gibt um ein Paar  $(X, X')$  mit  $X \neq X'$  zu finden, so dass  $h(X) = h(X')$

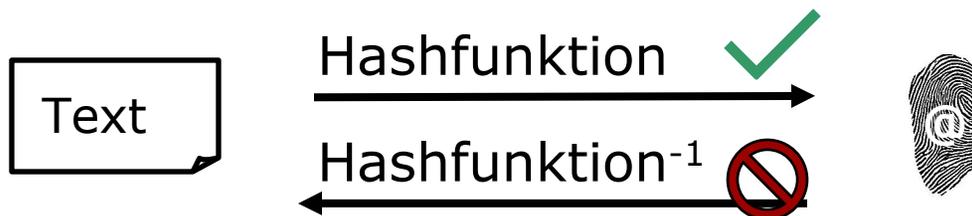
- **Pseudo-Kollisionsresistenz**  
definiert sich analog

# Ideale kryptographische Hashfunktion

- **Effizient berechenbar**



- **Einwegfunktion**



- **Kollisionsresistent**



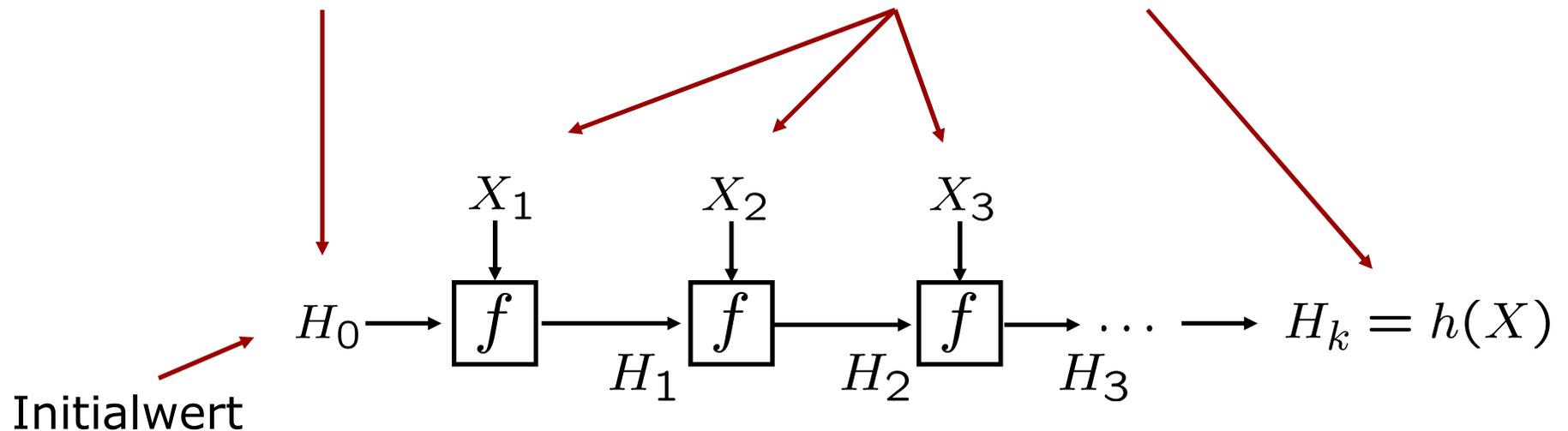
# Merkle-Damgård Prinzip (1)

- Prozedur zur wiederholten Anwendung der Kompressionsfunktion
- Technik zum Erweitern der Nachricht, damit diese in Blöcke der Länge  $l$  zerlegt werden kann (MD strengthening)
- (Pseudo-) **Kollisionsresistenz** der Kompressionsfunktion **überträgt sich** direkt auf die Hashfunktion
- Das MD Prinzip findet sich in fast allen praktisch eingesetzten Hashfunktionen

# Merkle-Damgård Prinzip (2)

1. Erweitere  $X \leftarrow X \parallel 1 \parallel 0 \dots 0 \parallel \text{length}(X)$   
so dass  $\text{length}(X) \bmod l = 0$
2. Zerlege  $X$  in Blöcke  $X = X_1 \parallel \dots \parallel X_k$
3. Berechne den Hashwert mittels

$$H_0 = \text{const.}; \quad H_i = f(H_{i-1}, X_i); \quad h(X) = H_k$$



# Merkle-Damgård Theorem

Sei  $f$  eine Kompressionsfunktion, mit der nach dem MD Prinzip eine Hashfunktion  $h$  konstruiert wurde. Dann gilt

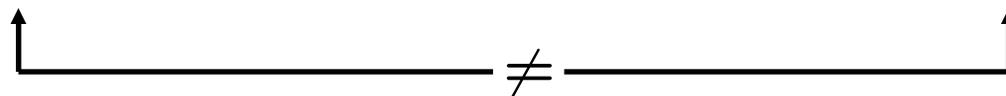
$f$  pseudo-kollisionsresistent  $\Rightarrow h$  kollisionsresistent.

**Beweis:** Angenommen wir haben ein Verfahren, um für  $h$  Kollisionstexte  $X$  und  $X'$  zu finden.

**1. Fall:**  $X$  und  $X'$  haben unterschiedliche Länge.

Somit unterscheiden sich die letzten Blöcke  $X_k$  und  $X'_{k'}$ , d.h.  $X_k \neq X'_{k'}$ . Dadurch ergibt sich eine Pseudokollision von  $f$

$$f(H_{k-1}, X_k) = h(X) = h(X') = f(H'_{k'-1}, X'_{k'}).$$



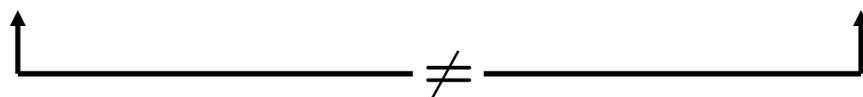
# Merkle-Damgård Theorem

**2. Fall:**  $X$  und  $X'$  haben gleiche Länge und für alle Indizes  $i$  gilt  $H_i = H'_i$ .

Es existiert ein Index  $j$ , so dass  $X_j \neq X'_j$ .

Dadurch ergibt sich eine Pseudokollision von  $f$

$$f(H_{j-1}, X_j) = H_j = H'_j = f(H'_{j-1}, X'_j).$$

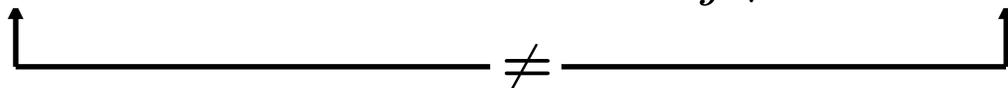


**3. Fall:**  $X$  und  $X'$  haben gleiche Länge und es existiert ein Index  $i$  mit  $H_i \neq H'_i$ .

Sei  $j$  der maximale solche Index. Dadurch

ergibt sich eine Pseudokollision von  $f$

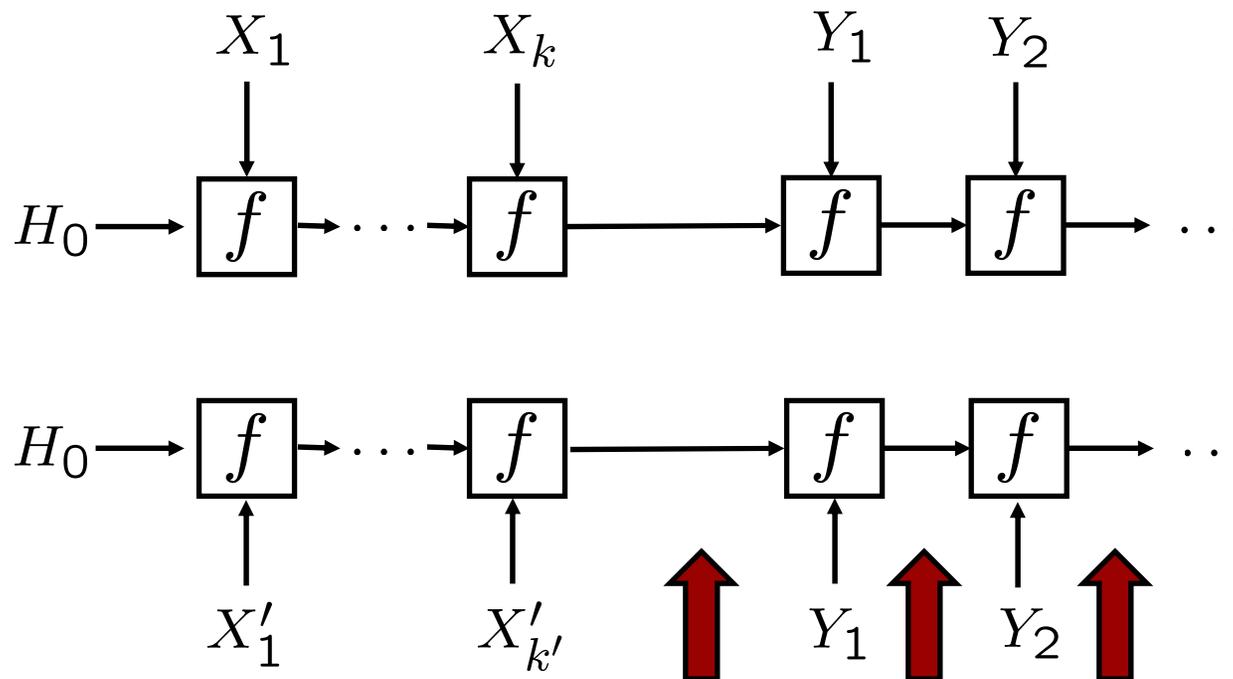
$$f(H_j, X_{j+1}) = H_{j+1} = H'_{j+1} = f(H'_j, X'_{j+1}) \quad \square$$



# Strukturelle Schwäche

- Kollisionen können direkt erweitert werden

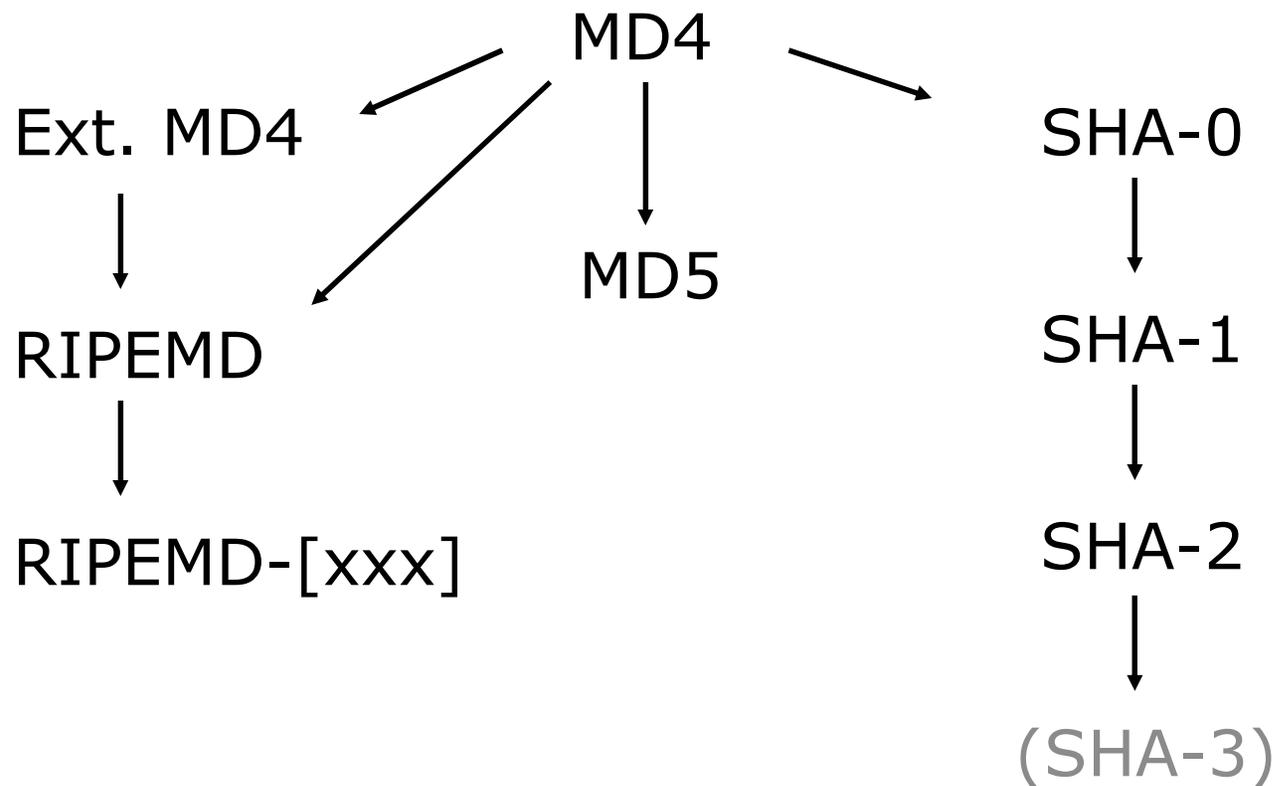
$$f(X) = f(X') \Rightarrow f(X||Y) = f(X'||Y)$$



**Kollisionen pflanzen sich fort**

# Merkle-Damgård Design

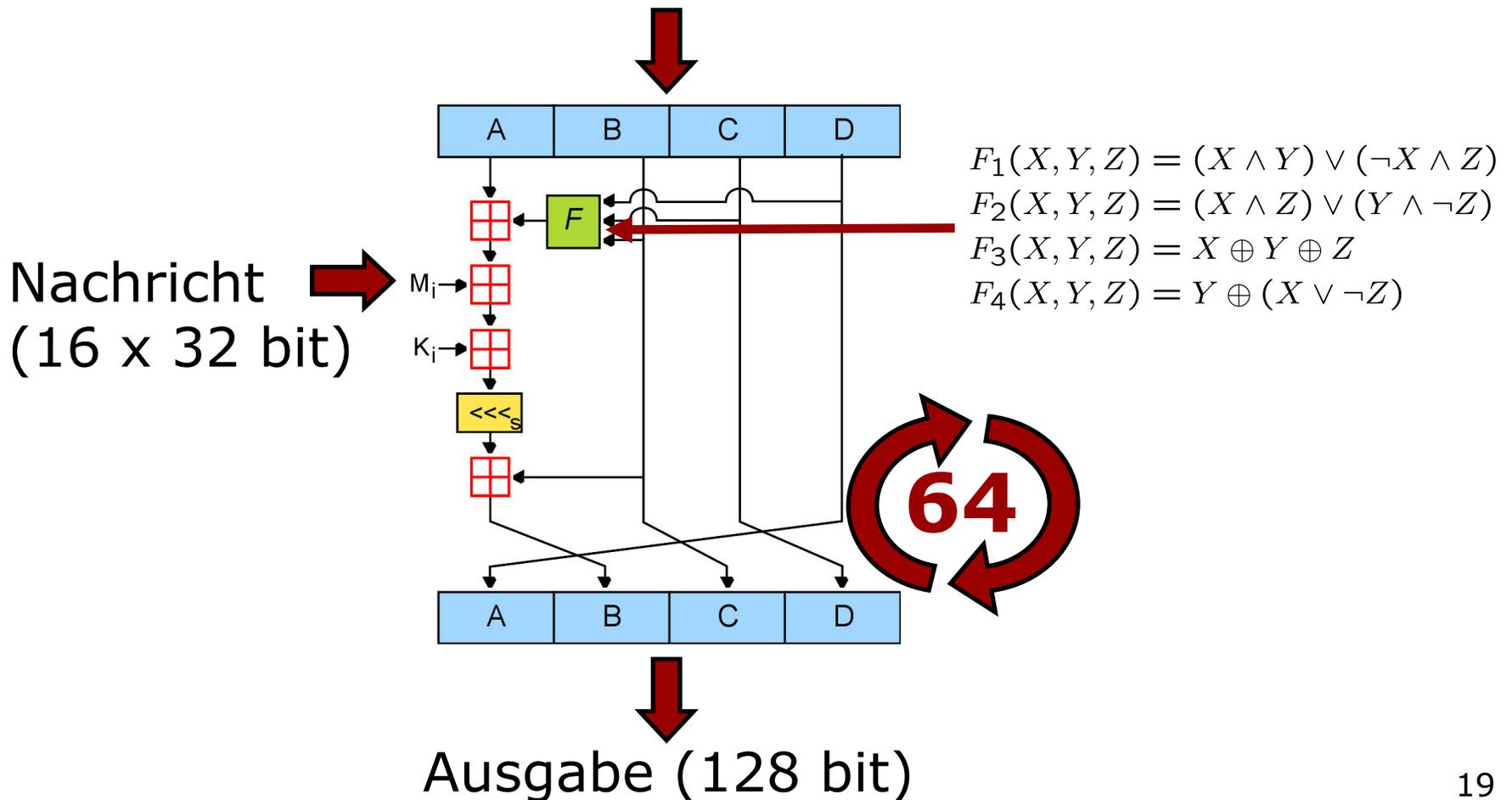
- Fast alle praktischen Hashfunktionen folgen diesem Prinzip
- Die Familie der MD(4) Hashfunktionen



# MD5 Überblick

$$f : \{0, 1\}^{128} \times \{0, 1\}^{512} \mapsto \{0, 1\}^{128}$$

Zwischenhashwert (128 bit)



# Geburtstagsattacke

- Generelle Angriffsmöglichkeit
- Orientiert sich an dem Geburtstagsproblem:  
„Wie viele Personen benötigt man, damit mit  $p > 0.5$  zwei Personen am gleichen Tag Geburtstag haben?“  Antwort: 23

## Umsetzung der Attacke:

- Erstelle zufällige Nachricht  $X$ , berechne  $h(X)$
- Teste, ob bereits ein identischer Hashwert generiert wurde
  - Nein: Speichere das Tupel und wiederhole
  - Ja: Kollision gefunden

# Komplexität der Attacke

- Hashwert mit n-bit Länge
- Man benötigt ungefähr  $2^{n/2}$  Versuche um mit  $p > 0.5$  eine Kollision zu finden
- Für typische Hashfunktionen heißt dies:

| Verfahren | MD4<br>(128 bit) | MD5<br>(128 bit) | SHA-1<br>(160 bit) | SHA-256<br>(256 bit) |
|-----------|------------------|------------------|--------------------|----------------------|
| Aufwand   | $2^{64}$         | $2^{64}$         | $2^{80}$           | $2^{128}$            |

- Der Aufwand bezieht sich auf **Rechenzeit und Speicherplatz**
- Klassische Geburtstagsattacke scheitert oft am fehlenden Speicherplatz

# Effizientere Angriffe

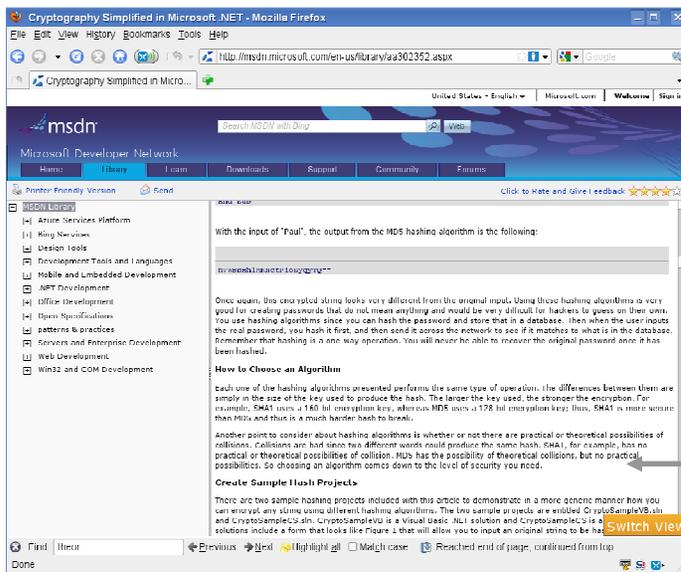
- Es gibt aber für fast alle Hashfunktionen effizientere Methoden zum Finden von Kollisionen

| Verfahren            | MD4<br>(128 bit) | <b>MD5<br/>(128 bit)</b>  | SHA-1<br>(160 bit)                                   |
|----------------------|------------------|---|--|
| Versuche             | per hand         | <b><math>2^{39} / 2^{33} / 2^{30}</math></b>  | $2^{69} / 2^{63} / 2^{55}$ (?)                       |
| Rechenzeit<br>(grob) | (per hand)       | <b>~8-12 Std. (<math>2^{39}</math>)<br/>~5 Min. (<math>2^{33}</math>)<br/>&lt; 1 Min. (<math>2^{30}</math>)</b> | > 30.000 Jahre<br>( $2^{69}$ )                       |
| Arbeit von           | [Wang'04/05]     | [Wang & Yu'05]<br>[Klima'05]<br>[Xie et al'08]  | [Wang et al.'05]<br>[McDonald'09]<br>(zurückgezogen) |

- Diese Art der Attacke liefert eine Kollision für zwei **zufällige** Texte
- Sind **zufällige** Kollisionstexte gefährlich?

# Sind Kollisionen gefährlich?

- Microsoft Developer Network, 29.10.2009



How to chose an algorithm  
[...] SHA1, for example, has no practical or theoretical possibilities of collisions.

**MD5 has the possibility of theoretical collisions, but no practical possibilities.**

[<http://msdn.microsoft.com/en-us/library/aa302352.aspx>]

**Ist dies korrekt?**

# Szenario

- Cyrill (C.) arbeitet für Wolfram (W.) und fragt nach einem Arbeitszeugnis
- W. schreibt ein Arbeitszeugnis für C.
- C. sendet W. das Arbeitszeugnis als Postscript Dokument zurück und bittet um eine digitale Signatur um seinen Bewerbungsprozess zu vereinfachen
- W. signiert die Postscript Datei für C.

# Gefahr durch zufällige Kollisionen

- Selbst **zufällige Kollisionen** stellen ein **praktisches Sicherheitsrisiko** dar
- Dies liegt in der Natur der Nachrichten
- Beispiel: Postscript Dateien erlauben bedingte Anweisungen (if-then-else)

$$(B)(B')eq\{M\}\{M'\}ifelse$$

- Bedingte Anweisungen lassen sich zur Signaturfälschung ausnutzen

# Idee zur Signaturfälschung

- Erstelle zwei Postscript Dokumente mit der folgenden Struktur

$$\begin{aligned} X &= (B)(B)eq\{\boxed{M}\}\{M'\}ifelse \\ X' &= (B')(B)eq\{M\}\{\boxed{M'}\}ifelse \end{aligned}$$

- Lasse Dokument  $X$  von  $W.$  signieren ( $M$  ist das Arbeitszeugnis)
- Falls  $X$  und  $X'$  den gleichen Hashwert erzeugen, gilt die Unterschrift für beide Postscript Dateien und somit für ein Dokument, das den Text  $M'$  anzeigt

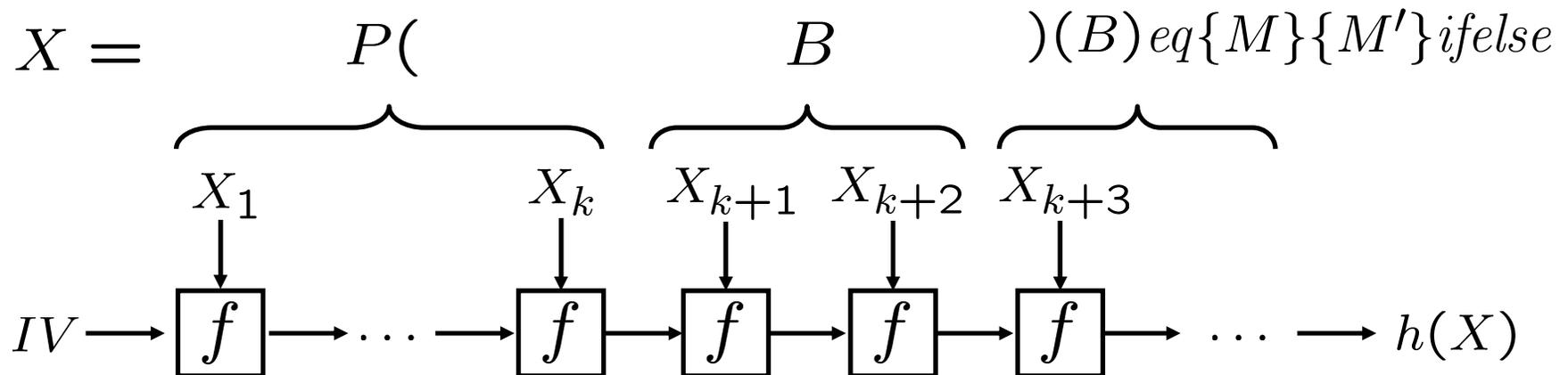
# Eine konkrete Fälschung (1)

- Erstelle Postscript Dokument wie folgt

$$X = P(B)(B)eq\{M\}\{M'\}ifelse$$

wobei  $P$  der Postscript Header gefolgt von Kommentarzeichen ist, so dass

$$\text{length}(" P(") \bmod \text{blocksize} = 0$$



# Methode von Wang & Yu [2005]

- Erstelle die Kollisionstexte  $B, B'$  für MD5 mittels der Methode von [Wang & Yu'05]
- Methode findet für beliebigen gegebenen Zwischenhashwert  $H$  zwei (zufällige) 1024-bit Strings  $B, B'$ , die zu einer Kollision führen
- D.h.  $f(f(H, \underbrace{B_1}_{B}), B_2) = f(f(H, \underbrace{B'_1}_{B'}), B'_2)$
- Aufwand  $2^{39}$  Operationen ( $\sim 10$  Stunden)

## Eine konkrete Fälschung (2)

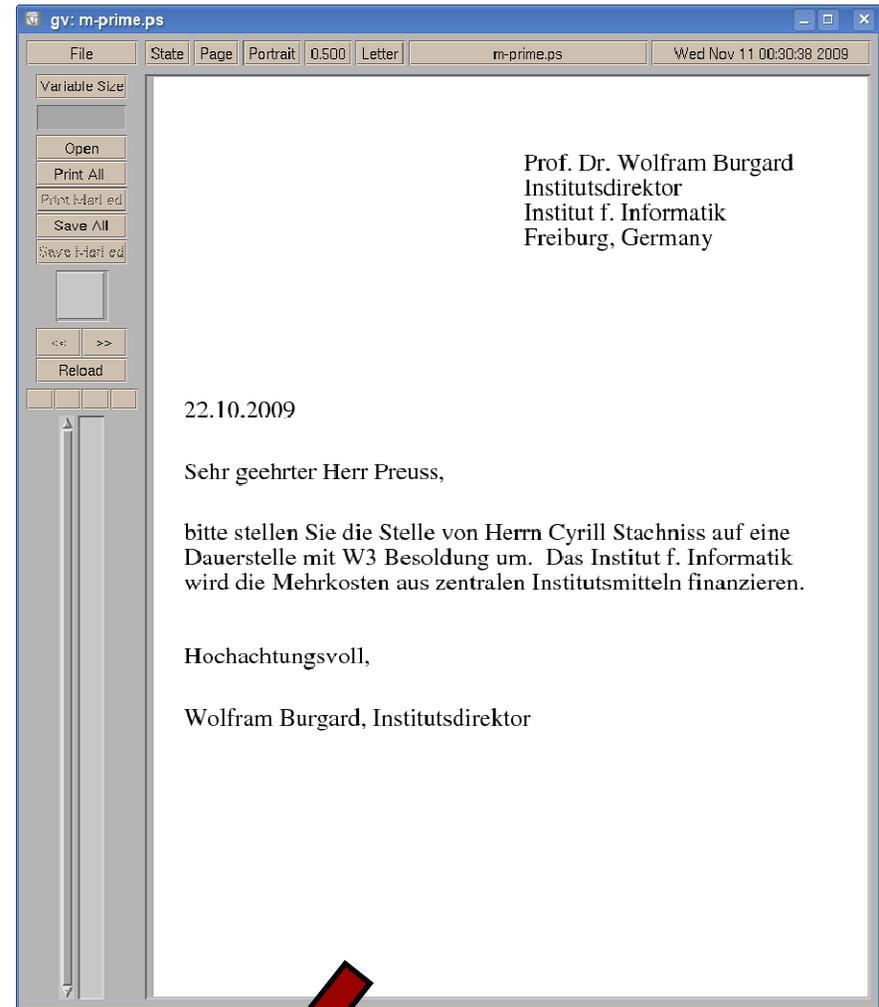
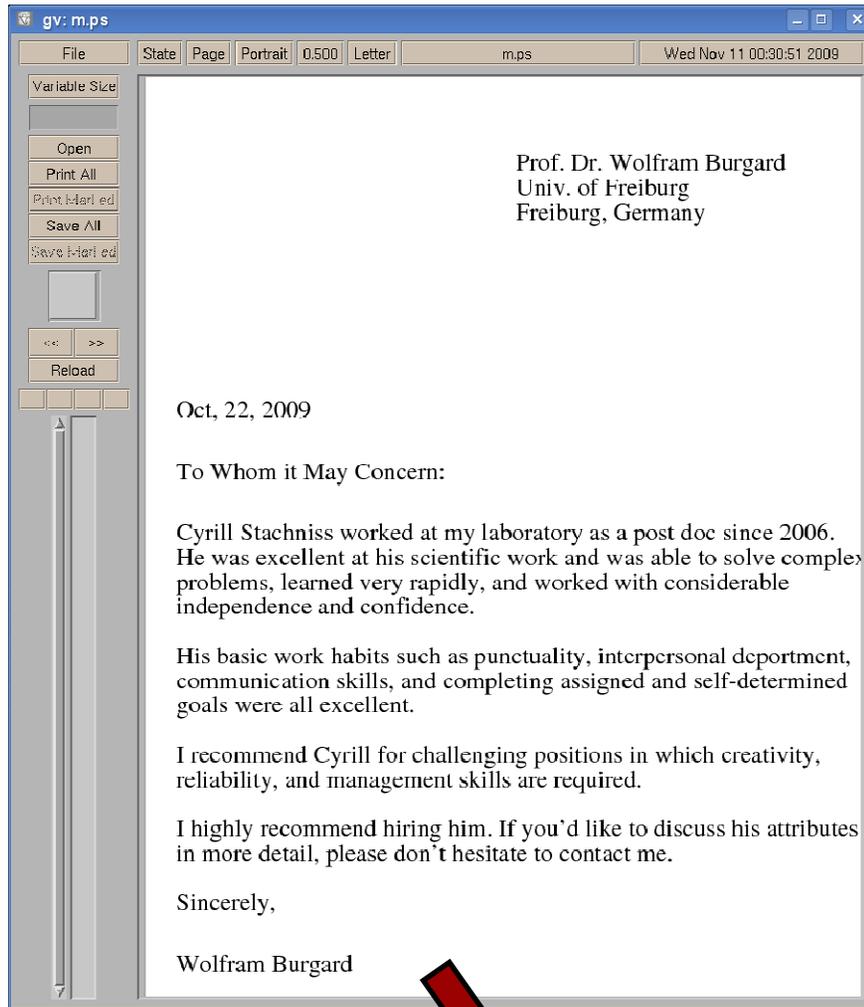
- Setze  $X = P(B)(B)eq\{M\}\{M'\}ifelse$   
 $X' = P(B')(B)eq\{M\}\{M'\}ifelse$   
 $= \text{★} =$

- Da sich aufgrund des MD Designs Kollisionen fortpflanzen, folgt

$$h(X) = h(X')$$

- Wir haben also aus zwei **zufälligen** Kollisionstexten  $B, B'$  zwei beliebige (sinnvolle) Nachrichten mit gleichem MD5-Hashwert erstellt

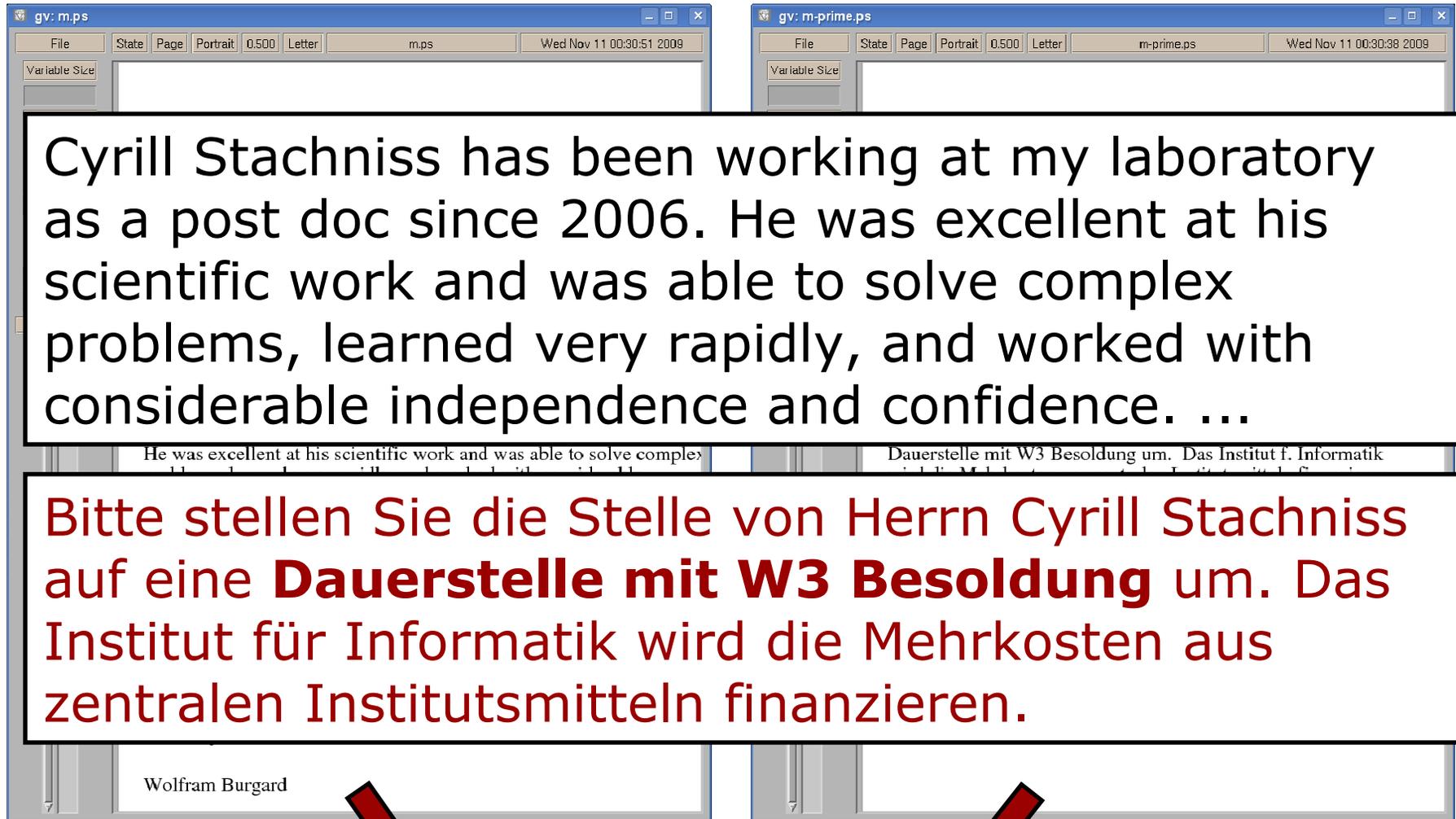
# Eine konkrete Fälschung (3)



**MD5: b06ad29719868c1f15ff86a0bbf72c1a**

Signatur

# Eine konkrete Fälschung (3)



**MD5: b06ad29719868c1f15ff86a0bbf72c1a**

Signatur

# Andere Dokumente/Formate

- **PDF**: Kein if-then-else aber Farbtabelle, in denen man die Kollisionstexte verstecken sowie unterschiedliche Textfarben setzen kann (schwarzer bzw. weißer Text)
- **MS Word**: Via Makros und ungenutzten/reservierten Bereichen
- **TIF**: Offset von Bildpartien verschieben
- ...

Zufällige Kollisionen sind ein Sicherheitsrisiko, MD5 sollte nicht mehr verwendet werden

# Alternativen zur MD5 Hashfunktion

- SHA-1 strukturell ähnlich zu MD5
- SHA-2 bisher ungebrochen (strukturell ähnlich zu SHA-1 aber mit deutlich längerem Hashwert (224-512 Bit))
- SHA-2 folgt dem Merkle-Damgård Prinzip
- SHA-3 Wettbewerb hat im November 2007 begonnen
- SHA-3 Finalisten im 3. Quartal 2010
- Neuer SHA-3 Standard Ende 2012
- Aktuell sind nur noch 14 von 64 Hashfunktionen im Rennen

# Zusammenfassung

- Einführung in kryptographische Hashfunktionen
- Merkle-Damgård Design
- Attacken auf Hashfunktionen
- Praktische und effiziente Methode zur Signaturfälschung unter Verwendung zufälliger Kollisionen
- Kritische Anwendungen sollten keinesfalls MD5 verwenden
- Zur Zeit gilt SHA-2 noch als sicher