



1. Übungsblatt zur Vorlesung Informatik III

Bitte beachten Sie dass in jeder Woche zwei Aufgabenblätter ausgegeben werden; ein *Übungsblatt* und ein *Vorbereitungsblatt*. Das Voreitungsblatt enthält wenige einfache Aufgaben und dient dazu den Stoff der kommenden Vorlesungswoche vorzubereiten. Das Übungsblatt ist umfangreicher und dient dazu den Stoff der aktuellen Vorlesungswoche zu üben. Die Punkte beider Aufgabenblätter werden addiert. Um Papier zu sparen dürfen Sie Ihre Lösungen zu beiden Blättern gerne in einer Abgabe zusammenfassen.

Aufgabe 1: Formale Sprachen

1+1+1 Punkte

Sei Σ ein beliebiges Alphabet und seien $L, L' \subseteq \Sigma^*$ Sprachen, welche aus endlich vielen Wörtern bestehen (d.h. $|L| \in \mathbb{N}$ und $|L'| \in \mathbb{N}$).

Beweisen oder widerlegen Sie folgende Aussagen:

- (a) $L \cdot L' = L' \cdot L$
- (b) $|L^n| = |L|^n$ für $n \in \mathbb{N}$
- (c) $|\Sigma^n| = |\Sigma|^n$ für $n \in \mathbb{N}$

Aufgabe 2: Kleene-Abschluss

0,5+1,5+2 Punkte

Sei L eine Sprache, sodass $\varepsilon \in L$. Zeigen Sie, dass L^* die kleinste Sprache ist, die L enthält und unter Konkatenation abgeschlossen ist. Hierzu ist Folgendes zu zeigen:

- (a) $L \subseteq L^*$
- (b) $L^* \cdot L^* \subseteq L^*$
- (c) Für eine Sprache L' mit $L \subseteq L'$ und $L' \cdot L' \subseteq L'$ gilt auch $L^* \subseteq L'$.

Aufgabe 3: Endliche Automaten

4+2 Punkte

- (a) Konstruieren Sie für die folgenden Sprachen L_i , $i \in \{1, 2, 3\}$, über dem Alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$ jeweils einen deterministischen endlichen Automaten (DEA) \mathcal{A}_i mit $L_i = L(\mathcal{A}_i)$.

(i) $L_1 = \emptyset$

(ii) $L_2 = \{\varepsilon\}$

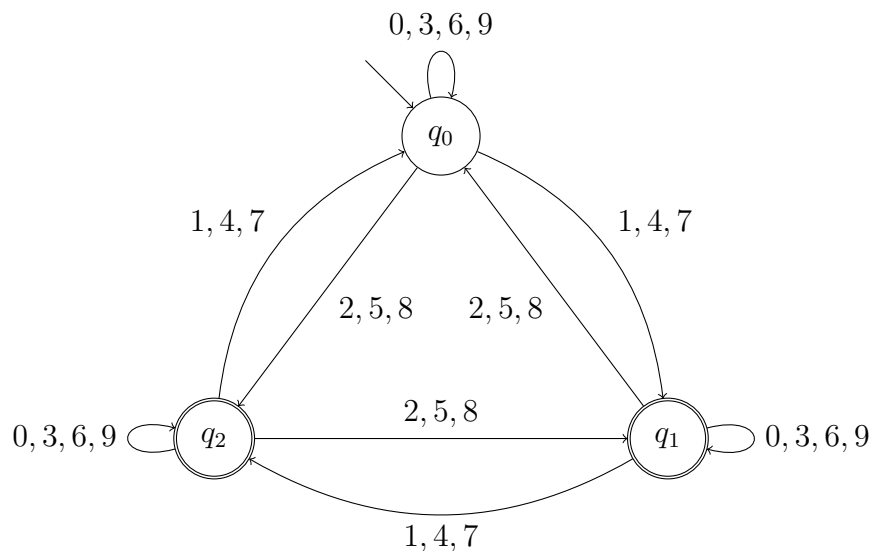
(iii) $L_3 = \{ubabv \mid u, v \in \Sigma^*\}$

Die graphische Darstellung der Automaten (Zustandsdiagramm) genügt.

- (b) Betrachten Sie den folgenden deterministischen endlichen Automaten, welcher über dem Alphabet

$$\Sigma = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$$

definiert ist. Welche Sprache wird von diesem Automaten erkannt? Geben Sie eine möglichst einfache Beschreibung dieser Sprache an.



Hinweis: Interpretieren Sie ein Wort über dem Alphabet als Dezimaldarstellung einer natürlichen Zahl.