Prof. Dr. Andreas Podelski
Dr. Matthias Heizmann
Alexander Nutz

Abgabe: 5. Dezember 2018

7. Übungsblatt zur Vorlesung
Informatik III

Aufgabe 1: Ableitungsbaum 1 Punkt

Gegeben sei die kontextfreie Grammatik $\mathcal{G} = (\Sigma, N, P, S)$ mit $\Sigma = \{a, b\}$, $N = \{S\}$ und

$$\begin{aligned} P = \{&S \to \varepsilon, \\ &S \to aSbS, \\ &S \to bSaS\}. \end{aligned}$$

Geben Sie einen Ableitungsbaum für das Wort *abbbaa* an.

Aufgabe 2: Dangling Else 1 Punkt

Gegeben sei die kontextfreie Grammatik $\mathcal{G} = (\Sigma, N, P, S)$ mit

$$\Sigma = \{\boxed{\texttt{if}}, \boxed{\texttt{then}}, \boxed{\texttt{else}}, \boxed{\texttt{:=}}, \boxed{\texttt{+1}}, \boxed{\texttt{-1}}, \boxed{\texttt{x}}, \boxed{\texttt{y}}, \boxed{\texttt{=0}}\}, N = \{Prog, Cond, Var\}, S = Prog$$

und den folgenden Regeln in P:

$$\begin{aligned} Prog &\to \boxed{\texttt{if}}\ Cond\ \boxed{\texttt{then}}\ Prog \\ Prog &\to \boxed{\texttt{if}}\ Cond\ \boxed{\texttt{then}}\ Prog\ \boxed{\texttt{else}}\ Prog \\ Prog &\to Var\ \boxed{\texttt{:=}}\ Var\ \boxed{\texttt{+1}} \\ Prog &\to Var\ \boxed{\texttt{:=}}\ Var\ \boxed{\texttt{-1}} \\ Cond &\to Var\ \boxed{\texttt{=0}} \\ Var &\to \boxed{\texttt{x}} \\ Var &\to \boxed{\texttt{y}} \end{aligned}$$

Zeigen Sie, dass $\mathcal{G}$ nicht eindeutig ist.

Aufgabe 3: Palindrome 1+4 Punkte

Die Sprache der *Palindrome* über dem zweibuchstabigen Alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ ist wie folgt definiert.

$$L_{Pal} = \{w_0 w_1 \ldots w_n \in \Sigma^* \mid \text{für alle } i = 0, \ldots, n \text{ gilt } w_i = w_{n-i}\}$$

(a) Geben Sie eine kontextfreie Grammatik $\mathcal{G} = (\Sigma, N, P, S)$ an, die L_{Pal} erzeugt und nur ein Nichtterminalsymbol enthält (d.h. $|N| = 1$).

(b) Beweisen Sie durch Induktion, dass $L(\mathcal{G}) = L_{Pal}$ gilt.

Hinweis: Ein geeignetes Vorgehen wäre eine Richtung durch Induktion über die Anzahl der Ableitungsschritte zu beweisen und die andere Richtung durch Induktion über die Länge der Wörter zu beweisen.

Aufgabe 4: (Co-)Erreichbarkeit 2 Punkte

Gegeben sei eine kontextfreie Grammatik $\mathcal{G} = (\Sigma, N, P, S)$. Wir definieren:

Definition 1 (Erreichbarkeit)**.**
Ein Symbol $X \in \Sigma \cup N$ heißt *erreichbar*, wenn $S \vdash^* w_1 X w_2$ mit $w_1, w_2 \in (\Sigma \cup N)^*$ gilt.

Definition 2 (Co-Erreichbarkeit)**.**
Ein Symbol $X \in \Sigma \cup N$ heißt *co-erreichbar*, wenn ein $w \in \Sigma^*$ existiert mit $X \vdash^* w$.

Definition 3 (überflüssige Regel)**.**
Eine Regel $p \in P$ heißt *überflüssig in* $\mathcal{G}$, wenn die Grammatik $\mathcal{G}' = (\Sigma, N, P \setminus \{p\}, S)$ die gleiche Sprache erzeugt, d.h. $L(\mathcal{G}) = L(\mathcal{G}')$ gilt.

Zeigen oder widerlegen Sie:
Sind für eine Regel $X \to v_1 \ldots v_n \in P$ die Symbole $X, v_1, \ldots, v_n$ sowohl erreichbar als auch co-erreichbar, so ist die Regel nicht überflüssig in $\mathcal{G}$.

Aufgabe 5: Separierte Grammatik 1 Punkt

Wenden Sie die Konstruktion „Sep“ aus der Vorlesung auf die folgende Grammatik an.
$\mathcal{G} = (\Sigma, N, P, S)$ mit $\Sigma = \{a, b\}$, $N = \{S\}$ und

$$P = \{\ S \to aSb \mid \varepsilon\ \}$$

Aufgabe 6: Längenbeschränkte Grammatik 1 Punkt

Wenden Sie die Konstruktion „Bin“ aus der Vorlesung auf die folgende Grammatik an.
$\mathcal{G} = (\Sigma, N, P, S)$ mit $\Sigma = \{a, b\}$, $N = \{S, A, B\}$ und

$$\begin{aligned} P = \{\ & S \to ASBS \mid \varepsilon, \\ & A \to a \mid SBS, \\ & B \to b\ \} \end{aligned}$$