



### 13. Übungsblatt zur Vorlesung Informatik III

Empfohlene Vorgehensweise zum Führen eines Reduktionsbeweises:

1. Reduktionsrichtung bestimmen
2. passende Sprache für Reduktion finden
3. Reduktionsfunktion  $f$  angeben
4. angeben, dass und ggf. warum  $f$  total und berechenbar ist
5. Äquivalenz „ $w \in U$  gdw.  $f(w) \in V$ “ zeigen
6. verwendete Eigenschaft der gewählten Sprache ((un-/semi-)entscheidbar) angeben und damit die zu zeigende Aussage folgern

#### Aufgabe 1: Eigenschaften der Reduktionsrelation

2 Punkte

Satz 7.17 der Vorlesung besagt:

Die Reduktionsrelation  $\preceq$  ist reflexiv und transitiv.

Beweisen Sie diese Aussage.

#### Aufgabe 2: Reduktion I

3 Punkte

Sei  $L_1 \subseteq \Sigma^*$  eine entscheidbare Sprache und sei  $\emptyset \subsetneq L_2 \subsetneq \Sigma^*$  eine weitere Sprache. Dann gilt  $L_1 \preceq L_2$ .

- (a) Beweisen Sie diese Behauptung.
- (b) Sei  $L_2 = \emptyset$ . Zeigen Sie dass  $L_1 \preceq L_2$  nicht gilt.

#### Aufgabe 3: Reduktion II

4 Punkte

Zeigen Sie mit Hilfe von Reduktion, dass die folgende Sprache unentscheidbar ist.

$$H_{\forall w} = \{u \in \{0,1\}^* \mid \mathcal{M}_u \text{ angesetzt auf jedes beliebige Wort } w \in \{0,1\}^* \text{ hält}\}$$

#### Aufgabe 4: Reduktion III

4 Punkte

Zeigen Sie mit Hilfe von Reduktion, dass die folgende Sprache semi-entscheidbar ist.

$$H_{42} = \{u \in \{0,1\}^* \mid \mathcal{M}_u \text{ angesetzt auf die Binärcodierung von 42 hält}\}$$

Verwenden Sie zur Reduktion die semi-entscheidbare Sprache  $H_\epsilon$ .