Prof. Dr. Andreas Podelski
Dr. Matthias Heizmann
Alexander Nutz

Abgabe: 31. Oktober 2018

2. Vorbreitungsblatt zur Veranstaltung
Informatik III

Definition: Ein *nichtdeterministischer endlicher Automat (NEA)* ist ein 5-Tupel

$$\mathcal{N} = (\Sigma, Q, \delta, q^{\mathsf{init}}, F).$$

Dabei ist

- Σ ein Alphabet,
- Q eine *endliche* Menge, deren Elemente wir *Zustände* nennen,
- $\delta : Q \times \Sigma \to \mathcal{P}(Q)$ eine Funktion, die wir *Transitionsfunktion* nennen,
- $q^{\mathsf{init}} \in Q$ ein Zustand, den wir *Startzustand* nennen und
- $F \subseteq Q$ eine Teilmenge der Zustände, deren Elemente wir *akzeptierende* Zustände nennen.

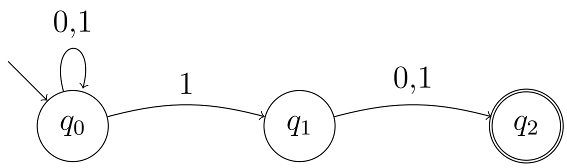
Sei $w = a_1 \dots a_n$ ein Wort über dem Alphabet Σ. Wir nennen eine Folge von Zuständen $q_0 q_1 \dots q_n$ einen *Lauf von $\mathcal{N}$ über w*, falls $q_i \in \delta(q_{i-1}, a_i)$ für alle i mit $1 \leq i \leq n$. Wir nennen einen Lauf *initial*, falls $q_0 = q^{\mathsf{init}}$. Wir nennen einen Lauf *akzeptierend*, falls $q_n \in F$.

Ein Wort $w \in \Sigma^*$ wird von $\mathcal{N}$ *akzeptiert*, falls $\mathcal{N}$ einen initialen und akzeptierenden Lauf über w hat. Die von $\mathcal{N}$ akzeptierte Sprache ist die Menge der von $\mathcal{N}$ akzeptierten Wörter, d.h. $L(\mathcal{N}) = \{w \in \Sigma^* \mid \exists \text{ initialer, akzeptierender Lauf von } \mathcal{N} \text{ über } w\}$.

Beispiel: Sei $\mathcal{N}_{\mathsf{2lez}} = (\Sigma, Q, \delta, q^{\mathsf{init}}, F)$ der NEA über dem Alphabet $\Sigma = \{0, 1\}$ mit $Q = \{q_0, q_1, q_2\}$, $q^{\mathsf{init}} = q_0$, $F = \{q_2\}$ dessen Transitionsfunktion δ durch die folgende Tabelle definiert ist.

	q_0	q_1	q_2
0	$\{q_0\}$	$\{q_2\}$	$\{\}$
1	$\{q_0, q_1\}$	$\{q_2\}$	$\{\}$

Analog zu DEAs können wir auch NEAs mit Hilfe eine Zustandsdiagrammes darstellen. Der NEA $\mathcal{N}_{\mathsf{2lez}}$ hat das folgende Zustandsdiagramm.



Aufgabe 1: Initiale und akzeptierende Läufe 2 Punkte

Geben Sie für den NEA $\mathcal{N}_{\mathsf{2lez}}$ vier Wörter $w_1, w_2, w_3, w_4 \in \Sigma^*$ und für jedes Wort w_i einen Lauf von $\mathcal{N}_{\mathsf{2lez}}$ über w_i an sodass

(a) ein Lauf initial und akzeptierend ist,

(b) ein Lauf nicht initial aber akzeptierend ist,

(c) ein Lauf initial und nicht akzeptierend ist und

(d) ein Lauf weder initial noch akzeptierend ist.

Aufgabe 2: Anzahl von Läufen 2 Punkte

Sei $n \in \mathbb{N}$ eine natürliche Zahl. Der Ausdruck 1^n beschreibt das Wort das aus n Einsen besteht (siehe Definition der Potenzierung).

(a) Wie viele initiale Läufe von $\mathcal{N}_{\mathsf{2lez}}$ über dem Wort 1^n gibt es?

(b) Wie viele dieser Läufe sind akzeptierend?

Beantworten Sie diese Fragen für alle $n \in \mathbb{N}$[1]. Begründen Sie Ihre Behauptungen.

[1] In dieser Vorlesung verwenden wir eine Definition der natürlichen Zahlen bei der auch die 0 eine natürliche Zahl ist.