Prof. Dr. Andreas Podelski
Dr. Matthias Heizmann
Alexander Nutz

Abgabe: 28. November 2018

6. Vorbreitungsblatt zur Veranstaltung

Informatik III

In Kapitel 3 der Vorlesung werden wir uns hauptsächlich mit einer speziellen Art von Grammatiken, nämlich den *kontextfreie* Grammatiken, beschäftigen. Wir nennen eine Grammatik *kontextfrei*, wenn jede Regel genau ein Nichtterminalsymbol auf der linken Seite hat (also falls jede Regel die Form $A > \alpha$ mit $A \in N$ und $\alpha \in (N \cup \Sigma)^*$ hat). In diesem Vorbereitungblatt möchten wir uns mit den für kontextfreie Grammatiken definierten Ableitungsbäumen vertaut machen.

Def 3.4 Sei $\mathcal{G} = (\Sigma, N, P, S)$ eine kontextfreie Grammatik. Wir definieren die Menge der *in A beginnenden Ableitungsbäume von $\mathcal{G}$*, $\mathrm{Abl}(A)$, für $A \in N$ als Menge von beschrifteten, geordneten Bäumen induktiv wie folgt:
Falls $\pi = A \rightarrow w_0 A_1 w_1 \dots A_n w_n \in P$ mit $A_i \in N$, $w_i \in \Sigma^*$, $1 \leq i \leq n$ und $\mathcal{T}_i \in \mathrm{Abl}(A_i)$, dann ist

$$\begin{array}{c} \pi \\ \swarrow \quad \searrow \\ \mathcal{T}_1 \quad \dots \quad \mathcal{T}_n \end{array} \in \mathrm{Abl}(A)$$

Da es manchmal aufwendig ist, Bäume zu zeichnen, verwenden wir alternativ die folgende Notation: $\pi(\mathcal{T}_1, \dots, \mathcal{T}_n)$
Das *abgeleitete Wort zu einem $\mathcal{T} \in \mathrm{Abl}(A)$*, $Y(\mathcal{T})$, ist induktiv definiert durch

$$Y\left(\begin{array}{c} \pi \\ \swarrow \quad \searrow \\ \mathcal{T}_1 \quad \dots \quad \mathcal{T}_n \end{array}\right) = w_0 Y(\mathcal{T}_1) w_1 \dots Y(\mathcal{T}_n) w_n$$

wobei $\pi = A \rightarrow w_0 A_1 w_1 \dots A_n w_n \in P$.

Bemerkung: Nach dieser Definition gibt es also insbesonere für jede Regel π bei der nur Terminalsymbole auf der rechten Seite vorkommen einen Ableitungsbaum. Dieser hat nur einen mit π beschrifteten Knoten und keine Kanten.

Betrachten Sie die Grammatik $\mathcal{G} = (\Sigma, N, P, S)$ mit Alphabet $\Sigma = \{0, 1\}$, Variablenmenge $N = \{S\}$ und Regeln $P = \{S \rightarrow 1S0S, S \rightarrow 0S1S, S \rightarrow \varepsilon\}$ aus Bsp. 3.1.

Aufgabe 1: Ableitungsbäume 2 Punkte

Geben Sie alle in S beginnenden Ableitungsbäume an die nicht mehr als drei Knoten haben.

Aufgabe 2: Ableitungen und Ableitungsbäume 2 Punkte

(a) Geben Sie alle Ableitungen an die mit dem Nichtterminalsymbol S beginnen und mit dem Wort 01 enden.

(b) Geben Sie alle Ableitungsbäume an deren abgeleitetes Wort 01 ist.