Informatik 3
Theoretische Informatik
WS 2012/13

Prof. Dr. Bernhard Nebel
Albert-Ludwigs-Universität Freiburg
Institut für Informatik

Name: ________________________

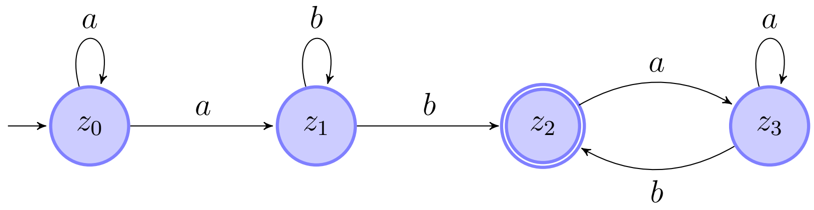
Übungsgruppe: ________________________

- Bitte **schreiben Sie Ihren Namen auf jedes Blatt**.
- Es sind **keine Hilfsmittel** wie Skripte, Bücher, Notizen oder Taschenrechner erlaubt. Desweiteren sind alle elektronischen Geräte (wie z.B. Handys) auszuschalten.
- Für die Bearbeitung der Aufgaben haben Sie **90 Minuten** Zeit.
- Benutzen Sie zur Bearbeitung der Aufgaben jeweils den Platz unterhalb der Aufgaben sowie ggf. den Platz auf der Rückseite.
- Falls Sie mehrere Lösungsansätze einer Aufgabe erarbeiten, markieren Sie deutlich, welcher gewertet werden soll.

	Erreichbare Punkte	**Erzielte Punkte**
Aufgabe 1	15	
Aufgabe 2	15	
Aufgabe 3	15	
Aufgabe 4	15	
Aufgabe 5	15	
Aufgabe 6	15	
Aufgabe 7	15	
Gesamt	105	

Aufgabe 1 (15 Punkte)**.**

Gegeben sei der folgende NFA M, der über dem Alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ definiert ist.



(a) Geben Sie einen regulären Ausdruck an, der die Sprache $L(M)$ beschreibt.

3 P.	

(b) Konstruieren Sie den minimalen DFA A, der zu M äquivalent ist. Verwenden Sie dazu das Markierungsverfahren aus der Vorlesung.

7 P.	

(c) Geben Sie den zu A komplementären DFA an, der $\overline{L(A)}$ akzeptiert.

2 P.	

(d) Begründen Sie, warum jede Sprache, die von einem regulären Ausdruck beschrieben wird, auch von (mindestens) einem DFA akzeptiert wird.

3 P.	

Zusätzlicher Platz für Aufgabe 1:

Aufgabe 2 (15 Punkte)**.**

(a) Unter welchen Operationen sind kontextfreie Sprachen *abgeschlossen*?

3 P.	

(b) Geben Sie eine kontextfreie Grammatik G_0 (ggf. mit ε-Sonderregel) an, die die folgende Sprache erzeugt:

$$L = \{\, w \in \{0,1\}^* \;:\; |w| \text{ ist gerade}\}.$$

Begründen Sie kurz, warum $L = L(G_0)$.

5 P.	

(c) Gegeben sei die folgende Grammatik $G_1 = \langle V, \Sigma, P, S\rangle$ mit $V = \{S, X\}$, $\Sigma = \{a, b\}$ und den folgenden Produktionsregeln P:

$$\begin{aligned} S &\to aXb \\ X &\to XX \mid ba \mid \varepsilon \end{aligned}$$

Beschreiben Sie $L(G_1)$ mengentheoretisch. Geben Sie dann eine zu G_1 äquivalente Grammatik G_2 in Chomsky Normalform an.

7 P.	

Zusätzlicher Platz für Aufgabe 2:

Aufgabe 3 (15 Punkte)**.**

(a) Für einige der unten aufgeführten Automaten ist die Frage der Äquivalenz bezgl. Sprachakzeptanz ihrer jeweils deterministischen und nichtdeterministischen Pendants bewiesen worden.
Bitte ergänzen Sie dementsprechend folgende Tabelle:

Nichtdet. Automat	Determ. Automat	äquivalent?
NFA	DFA	
PDA	DPDA	
LBA	DLBA	
TM	DTM	

4 P.	

(b) Wie sind deterministische Kellerautomaten (DPDA) definiert? Geben Sie das Tupel an und definieren Sie die Konfigurationsnachfolge-Relation $\vdash$.

Wie akzeptieren DPDA (präzise Definition) und besteht diesbezgl. ein Unterschied zu nichtdeterministischen Kellerautomaten? Begründen Sie.

5 P.	

(c) Bitte ergänzen Sie die folgende Definition:
Eine nichtdeterministische Turingmaschine heißt *linear beschränkt*, wenn...

3 P.	

(d) Welcher Zusammenhang besteht zwischen den Ihnen aus der Vorlesung bekannten Sprachtypen auf der einen Seite und den LBAs und den allgemeinen Turingmaschinen auf der anderen Seite?

3 P.	

Zusätzlicher Platz für Aufgabe 3:

Aufgabe 4 (15 Punkte)**.**

Zeigen Sie mit Hilfe des Pumping-Lemmas, dass die Sprache $L = \{\, wc^n w \;:\; w \in \{a,b\}^*, n \in \mathbb{N}\}$ über dem Alphabet $\Sigma = \{a,b,c\}$ nicht regulär ist.

15 P.	

Zusätzlicher Platz für Aufgabe 4:

Aufgabe 5 (15 Punkte)**.**

(a) Geben Sie ein LOOP-Programm an, das die Multiplikation zweier natürlicher Zahlen berechnet (verwenden Sie keine definierten Funktionen).

4 P.	

(b) Welches Berechenbarkeitsmodell ist zu LOOP-Programmen äquivalent?

2 P.	

(c) Zeigen Sie, dass jedes LOOP-Programm durch ein WHILE-Programm simuliert werden kann.
Ist das Gegenteil der Fall? Begründen Sie Ihre Antwort.

5 P.	

(d) Ist die Sprache $L_{\text{reg}} = \{\, w \in \{0,1\}^* \,:\, T(M_w) \text{ ist regulär}\}$ entscheidbar? Beweisen Sie ihre Behauptung

4 P.	

Zusätzlicher Platz für Aufgabe 5:

Aufgabe 6 (15 Punkte)**.**

Betrachten Sie die Sprache

$$L = \{\, a^n b^{2n} \; : \; n \in \mathbb{N}_0 \}$$

(a) Konstruieren Sie eine Turingmaschine, die die *charakteristische Funktion* χ_L von L berechnet. Geben Sie Ihre Maschine als Flussdiagramm an; Sie dürfen dabei die großen $(\mathcal{L}, \mathcal{R})$, sowie die kleinen (l, r) Links- bzw. Rechtsmaschinen verwenden.

12 P.	

(b) Erläutern Sie die Funktionsweise Ihrer Turingmaschine.

3 P.	

Zusätzlicher Platz für Aufgabe 6:

Aufgabe 7 (15 Punkte)**.**

Wir betrachten die Sprache

$$L = \{\, w \in \{0,1\}^* \;:\; M_w \text{ hält für mindestens eine Eingabe}\},$$

d.h., L enthält alle Wörter w über dem Alphabet $\{0, 1\}$, für die M_w bei Eingabe mindestens eines Wortes nach endlich vielen Berechnungsschritten hält.

(a) Zeigen Sie, dass L auf das Halteproblem auf leerem Band, H_0, reduzierbar ist.

10 P.	

(b) Welche der folgenden Aussagen folgt aus (a)? Begründen Sie Ihre Behauptung.

- L ist entscheidbar;
- L ist rekursiv aufzählbar;
- $\overline{L}$ ist semi-entscheidbar.

5 P.	

Zusätzlicher Platz für Aufgabe 7: